

개인 주식투자자의 위험관리에 관한 연구

임병진(영남대)

I. 서론

최근 개인 주식투자 포트폴리오 운용에 있어서 대내외적인 환경변화에 직면하고 있다. 내부적인 환경변화로는 소득의 증가로 개인 주식 투자 포트폴리오 규모의 증가와 다양화 등이다. 또한 외부적인 환경변화로는 국내·외 금융환경의 급속한 변화에 따른 투자 환경 변화 및 투자위험의 급격한 증가이다. 따라서 개인 주식투자 포트폴리오 운용과 관련한 내적 환경과 외적 환경의 변화에 적절하게 대응하기 위하여 투자 다변화 및 위험관리가 절실하게 필요하게 되었다. 특히 주식가격의 변동이 극심한 우리나라의 경우 개인 주식투자 포트폴리오 운용시 위험관리는 필수적이다.

위험관리 수단으로 활용되는 파생상품인 주가지수 선물은 1996년 5월 3일에 국내에도 도입되어 주가 변동의 위험을 회피할 수 있는 한 수단이 되며, 기관투자자들은 주식 포트폴리오의 위험을 줄이기 위해서 주로 헤지 수단으로 주가지수 선물을 이용한다. 포트폴리오의 위험을 조정하기 위해서 기관투자자나 헤저(Hedgers)들은 최적 헤지비용을 결정해야 한다. 그러나 문제는 사용되는 헤지비용추정모형에 따라 헤지비용이 상당히 달라 질 수 있는 것이다. 모델에 따른 헤지비용의 차이는 포트폴리오의 위험에 큰 영향을 미칠 수 있다.

일반적으로 가장 많이 사용되는 헤지비용 추정모형은 전통적인 회귀분석모형인데, 이 모형에 의하여 추정된 헤지비용은 시계열자료의 불안정성으로 인하여 잘못 추정될 가능성이 있다. 또한 잘못 추정된 헤지비용을 그대로 이용할 경우 불리한 가격 변동에 따른 포트폴리오의 시장위험을 최소화시키지 못하고 적절한 헤지를 하지 못하는 결과만을 초래할 수 있다. 시계열자료의 불안정성으로 말미암아야기되는 문제점들을 개선할 수 있는 헤지비용추정모형으로 벡터오차수정모형(vector error correction model : VECM)이 널리 이용되고 있다.

본 연구는 KOSPI 200 선물을 이용하여 소비자 주식포트폴리오 헤지에 관한 연구로 VECM, 이분산 GARCH(1,1)모형을 사용하여 추정한 헤지비용과 전통적 회귀분석모형을 사용하여 추정한 헤지비용을 비교하여 이 헤지비용추정모형의 설명력과 예측력 및 헤지성과를 비교, 분석하는 데 그 목적을 두고 있다.

본 연구는 문헌적 연구방법과 실증적 연구방법을 병용하였다. 먼저 문헌적 연구방법을 사용하여 헤징 및 헤지비율에 관한 기존연구들을 검토하고 헤지비율의 추정모형들을 고찰하였다. 또한 본 연구는 실증적 연구방법을 사용하여 2000. 1. 4.~2006. 6. 2.까지 1,500개의 KOSPI 200 현·선물자료를 토대로 VECM, 이분산 GARCH(1,1) 모형에 의하여 추정된 헤지비율과 전통적 회귀분석모형에 의하여 추정된 헤지비율과 이 비율에 의한 헤지성과를 비교, 분석하였다.

본 연구의 구성은 다음과 같다. II장에서는 헤지 및 선행연구들을 살펴보았다. III장에서는 본 연구에서 사용될 데이터 및 헤지모형성과의 추정에 이용된 방법론을 설명하였고, IV장에서는 실증결과를 제시하였다. V장에서는 본 연구결과의 요약 및 한계점과 향후 추가로 필요한 연구를 제시하였다.

II. 헤지 및 선행연구의 고찰

1. 헤지에 관한 고찰

주가지수선물이 기관투자자들 사이에 인기가 있는 가장 큰 이유 중의 하나는 그들이 보유한 주식포트폴리오를 헷징할 수 있기 때문이다. 예를 들어 만기가 몇 개월밖에 남지 않은 주식형 펀드의 경우 만기시 주가하락이 예상되면 주가지수선물을 이용하여 매도 포지션(short position)을 취함으로써 손실을 방어할 수 있다. 일본의 경우 선물시장에서 개인투자자가 차지하는 비중은 1%에도 미치지 못한다고 한다.

주가지수선물을 이용한 헤징전략은 단순헤지와 베타조정헤지로 나눌 수 있는데, 이러한 전략 실행에 가장 중요한 개념은 헤지비율(hedge ratio)이다. 헤지비율(h)이란 보유하고 있는 주식포트폴리오 금액에 대해 헷지할 선물계약금액이다.

$$\text{헤지비율}(h) = \frac{\text{헤지할 선물계약금액}}{\text{보유포트폴리오 금액}}$$

그런데, 헤지할 선물계약금액은 선물계약×선물지수×거래단위금액 이므로 헤지비율(h)을 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$gp\text{지비율}(h) = \frac{\text{선물계약수} \times \text{선물지수} \times \text{거래단위금액}}{\text{보유포트폴리오 금액}}$$

그런데 헤지비율은 대개 보유포트폴리오의 베타계수(β)를 이용하므로 선물계약수는 다음과 같이 계산된다.

$$\text{선물계약수} = \frac{\beta \times \text{보유포트폴리오 금액}}{\text{선물지수} \times \text{거래단위금액}}$$

1) 단순헤지

단순헤지란 주가의 변동위험을 방어하기 위하여 선물거래를 이용, 보유포트폴리오의 위험을 최소화하는 것을 말한다. 앞에서 예를 들었듯이 만기가 몇 개월 남지 않은 주식형 펀드의 가치를 보전하기 위해 주가지수선물을 이용, 매도 포지션(short position)을 취함으로써 위험을 방어한다.

이는 주가지수선물거래를 이용, 보유포트폴리오의 평균베타를 조정함으로써 체계적 위험조정에 따라 증권시장의 움직임에 대응하는 전략이다. 예를 들면 앞으로 호황기가 예상되면 주가지수선물거래를 이용, 베타를 높여 주가상승시 이익의 확대효과를 노린다. 반대로 침체기가 예상되면 베타를 낮추어 주가하락시의 손실의 정도를 최소화한다.

2) 베타조정헤지

베타조정도 결국 헤지비율을 어떻게 하느냐에 있는데, 베타조정시 헤지정도는 「목표 포트폴리오 베타 예측치-실제 포트폴리오 베타」만큼의 헤지 비율을 이용한다.

$$\text{조정베타 } \beta_a = \text{목표베타} - \text{실제 베타}$$

베타조정헤지는 보유포트폴리오의 구성종목을 교체하지 않고 주가지수선물을 이용하여 베타를 조정한 것과 같은 효과를 얻는 데 그 목적이 있다.

3) 인덱스주식펀드와 헤지

헤지효과가 잘 나타나려면 운용 포트폴리오와 헤지하고자 하는 선물과 밀접하게 관련이 있어 상관관계가 높아야 한다. 따라서 선물을 이용하여 위험관리를 위해서는 선물과 상관관계가 높은 인덱스펀드로 운용하는 것이 유리하다.

인덱스펀드는 주식펀드를 종합주가지수(KOSPI)나 KOSPI 200지수와 같은 벤치마크를 추적하는 운용방식을 취하는 상품이다. 인덱스운용방식이란 개별 기업의 유망성에 대한 분석보다는 벤치마크만큼의 수익률을 달성하는데 목적을 두고 있다. 인덱스펀드 구성시 중요한 점은 목표주가지수를 설정하여 그것과 가장 흡사한 펀드를 구성하는 일이다. 이 같이 구성된 펀드는 매입보유를 원칙으로 하기 때문에 일반적인 펀드보다 거래비용과 수수료를 절약하는 장점이 있다.

2. 선행연구의 고찰

금융선물거래에서 헤징(hedging)이란 환율 및 이자율변동에 따라 발생하는 현물시장에서의 손실(또는 이익)을 선물시장에서의 이익(또는 손실)으로 상쇄하는 것을 말한다. 즉, 헤징은 장래에 불확실한 환율 및 이자율 수준을 일정하게 고정(fix)시킴으로써 손실 발생 위험을 제거하는 것을 의미한다. 헤지비용에 관한 연구는 선물시장이 초창기의 상품선물시장에서 금융선물시장으로 발전함에 따라 활발하게 진행되어 왔다.

지금까지 헷징효과에 관한 많은 실증연구들이 금리선물, 상품선물 및 주가지수선물 등을 대상으로 하여 이루어져 왔다. 이 연구에서는 금리 및 채권선물의 헤징효과에 관한 대표적인 실증연구를 살펴보겠다.

첫째, Ederington(1979)은 포트폴리오 헤징이론을 이용하여 90일 T-bill현물은 90일 T-bill선물로, GNMA현물은 GNMA선물로 헤징하여 각각의 헤징효과를 비교분석하였다.

둘째, Maness(1981)는 매입헤징전략을 이용하여 90일 T-bill선물시장의 헤징효과를 전통적 헤징이론과 포트폴리오 헤징이론에 따라 비교분석하였다.

셋째, Ghosh(1993)는 전통적인 OLS모형으로 추정한 헤지비용은 과소 또는 과대추정됨을 지적하였다. 그는 1990년 1월 2일부터 1991년 12월 5일까지를 분석대상기간(총 489일)으로 설정하고 S&P 500 선물지수를 이용하여 S&P 500 지수, Dow Jones 공업평균 지수, NYSE 종합주가지수를 헤징하기 위한 최적헤지비용을 추정하였다. 그 결과 ECM을 이용한 헤지비용이 전통적인 OLS분석으로 추정한 헤지비용 보다 높은 것으로 나타났다(Dow Jones 공업평균지수의 경우는 반대임). 그리고 ECM이 전통적 OLS 회귀분석 모형보다 예측력과 설명력에 있어 우월하다는 실증결과를 제시하고 있다.

넷째, 기타 주가지수선물을 이용하여 헤지비용 추정에 관한 Figlewski(1984), Peters(1986), Morris(1989), Lindahl(1992)의 연구들이 있다.

Ederington¹⁾은 포트폴리오 헤징이론을 이용하여 90일 T-bill현물과 GNMA현물을 각각 90일 T-bill선물과 GNMA선물을 이용하여 헤징함으로써 두 선물시장의 헤징효과를 비교분석하였다.

검증결과 GNMA선물이 T-bill선물보다 헤징효과가 더 크며, 대체로 단기선물에 의한 헤징보다 장기선물에 의한 헤징이 더 효과적인 헤징효과를 보였다. 또한 헤징기간이 길수록 헤징효과가 커짐을 보였다. Ederington은 그의 연구결과에서 T-bill에 의한 헤징효과가 GNMA에 의한 헤징효과보다 낮은 이유에 대해 T-bill수익율의 연방기금 수익률과의 밀접한 관계로 설명하였다.

1) Ederington, L.E. , "The Performance of the New Futures Markets", The Journal of Finance, Vol.34, 1979.3, p.p. 157-170

Ederington의 연구결과는 금리선물거래에 있어서 헤징기간 및 만기일이 헤징효과에 유의적인 영향을 미칠 것이라는 가설을 지지해 주고 있다. 그러나 그의 실증연구는 현물시장과 선물시장의 거래대상 품목이 동일한 경우로 금리선물거래가 대부분 교차 헤징에 의해 이루어진다는 것을 감안해 볼 때, 이는 그의 연구가 갖는 한계라고 지적할 수 있다.

Maness²⁾는 헤징기간이 결정된 상황에서 헤지비율과 거래를 결정하려 할 때의 현명한 지침을 제시하기 위해 매입헤징전략을 이용하여 90일 T-bill 선물시장의 헤징효과를 전통적 헤징이론과 포트폴리오 헤징이론에 따른 헤징효과를 비교분석하였다.

실증분석결과 헤징기간, 헤지비율 및 계약 실행일 사이의 관계를 고려하여 헤징전략을 변화시키면 수익을 측면에서 비록 포트폴리오 헤징전략이 전통적 헤징전략을 능가한다 할지라도 두 전략 모두 헤징하지 않은 전략에 비해 열세를 보였다. 한편 위험 측면에서 보면 포트폴리오 헤징전략 및 전통적 헤징전략 모두 헤징하지 않은 전략에 비해 위험이 감소되었다.

그리고 포트폴리오 헤징전략이 전통적 헤징전략보다 한층 효과적인 최적 헤징을 이루며 전기에서 결정된 최적 헤지비율로 차기의 헤징을 행하는 것은 전통적 헤징전략을 이용할 때보다 위험을 감소시키는 면에서는 효율성이 떨어진다. 결국 헤저들은 미래 이자율 분포에 대한 보다 나은 정보가 없다면 전통적 헤징전략을 이용하는 것이 더 낫다는 결론을 내리고 있다.

Gohsh³⁾는 통화선물시장에서 기존의 절대가격수준과 차분가격을 기준으로 한 단순회귀분석의 방법을 비판하며 더 효율적이며 예측타당한 헤지비율의 추정을 위해 Granger(1987)에 의해 제시된 공적분의 개념을 도입하고 오차항에 대해 오차수정모형(Error Correction Model : 이하 ECM)을 도입하였다. 이로써 기존의 연구들이 범하고 있는 오류를 보완하였다. 또한 그의 논문은 시계열의 장.단기적인 추세를 모두 고려한 최적의 헤지비율을 구하여 그 효과를 측정하여 기존의 연구결과와 비교, 분석해 보는데 그 목적이 있다.

자료는 US\$로 표시한 벨기에 프랑(BF), 이탈리아 리라(IL), 네덜란드 길더(NG)의 일별 현물자료를 사용하였으며, 선물자료로는 US\$ INDEX(USDx) 통화지수선물물계약의 근월물 종가(nearby settlement)를 사용하였다. 자료의 기간은 1991. 1. 2 -1993. 1. 20까지의 총 519개 이며 이중 400개를 모델추정에 나머지 119개를 out-of-sample에 사용하였다.

방법론으로는 다음과 같다.

첫째, 단위근과 공적분의 관계검증을 실시하였다.

단위근검정은 ADF검정법과 PP검정법을 이용하여 각 시계열이 단일 특성근 $I(1)$ 을 가

2) Maness, T.S., "Optimal versus Naive Buy-Hedging with T-bill Futures" , The Journal of Futures Markets, Vol.1, 1981, p.p.393-403

3) Figlewski, S., "Hedging With Stock Index Futures :Theory and Applications in a New Market", Journal of Futures Markets 5 (1985), 183-199.

진다는 것을 밝혔으며, 공적분 관계검증을 위해 현물과 선물의 회귀모형에서의 오차항이 $I(0)$, 즉 안정적인(stationary)시계열이라는 것이 밝혀짐으로써 모든 시계열간의 관계에서 공적분관계가 존재한다는 것을 확인했다. 공적분 분석에도 역시 ADF검증법과 PP(Pillips Perron)검증법이 사용되어 졌다.

둘째, 오차수정모형의 적용이다. 오차수정모형은 데이터를 형성하는데 있어서 장.단기적인 특성을 모두 반영한다. 최적헤지비율을 구하기 위해 다음과 같은 모형을 설정한다.

$$\Delta S_t = \alpha u_{t-1} + \beta \Delta F_t + \sum_{i=1}^m \delta_i \Delta F_{t-i} + \sum_{j=1}^n \theta_j \Delta S_{t-j} + e_t \quad (1)$$

$$\Delta S_t = \alpha + \beta \Delta F_t + u_t \quad (2)$$

셋째, 위와 같이 추정된 헤지비율(β)이 기존의 방법하에서 도출된 헤지비율보다 우월함(superiority)을 입증하기 위해 다음의 전통적인 가격변화 회귀방법과 β 를 비교해 본다.

넷째 위의 식 (1)과 (2)에 의해 제시되어진 β 는 각각의 헤지비율을 나타내며 모델의 성과는 우도비율(likelihood ratio test)검증에 의해 이루어진다. 우도비율은 χ^2 분포를 하며 제약조건의 수와 동일한 자유도를 가진다.

Figlewski(1984)는 최소분산헤징모형과 베타헤징모형을 사용하여 S&P 500 지수선물 에 대해 5가지의 현물지수(S&P 500지수, NYSE 종합주가지수, AMEX 종합주가지수, NASDAQ-OTC 지수, Dow Jones 공업평균지수)의 사후적 헤징효과를 분석하였다. 또한 그는 배당, 보유기간, 만기까지 남은 기간의 3가지 요소가 베이스 위험을 구성한다고 보고 이들 각 요소가 헤징 결과에 미치는 영향을 분석하였다. Figlewski의 실증분석 결과는 다음과 같다.

첫째, S&P 500현물지수를 대상으로 한 포트폴리오의 헤징효과는 수익률의 표준편차가 상당히 감소한 것으로 나타났지만 무위험자산과 비교해 볼 때 수익률 및 위험 측면에서 우월하지 못했다.

둘째, 대형주로 구성된 포트폴리오(NYSE 종합주가지수, Dow Jones 공업평균지수)가 소형주로 구성된 포트폴리오(AMEX 종합주가지수, NASDAQ-OTC 지수)보다 헤징효과가 우월한 것으로 나타났다.

셋째, 베타헤징은 최소분산헤징보다 열등한 결과를 보여준다. 이러한 결과는 위험감소 측면보다는 수익률 측면에서 더 뚜렷하게 나타난다.

또한 Figlewski(1985)는 1984년의 연구에 이어 상이한 보유기간에 따른 헤징효과를 분석하기 위하여 보유기간을 1일, 2일, 3일, 1주, 2주, 3주의 6가지 기간으로 세분하였다. 또한 S&P 500 지수선물 이외에 NYSE 종합주가지수선물과 Value line 지수선물을 표본에 추가하였다. 실증분석 결과를 요약하면 다음과 같다.

첫째, 베이스스 위험으로 인하여 일반적으로 최소분산모형에 의한 헤지비율이 베타모형에 의한 헤지비율 보다 낮게 나타났으며, 보유기간이 늘어남에 따라 헤지비율이 증가하고 헤지되지 않는 위험은 감소하는 경향을 보였다.

둘째, 대형주로 구성된 포트폴리오(NYSE 종합주가지수, S&P 500지수, Dow Jones 공업평균지수)가 소형주로 구성된 포트폴리오(AMEX 종합주가지수, NASDAQ-OTC 지수)보다 헤징효과가 우월했다.

셋째, 대형주로 구성된 현물지수는 NYSE 종합주가지수 선물과 S&P 500지수 선물에서 좋은 결과를 보인 반면 소형주로 구성된 현물지수는 Value line 지수선물에서 효과적이었다.

Peters(1986)는 NYSE 종합주가지수, Dow Jones 공업평균지수, S&P 500 지수를 헤징하기 위하여 S&P 500 선물을 이용하여 실증분석을 행하였다. 분석자료로는 1984년부터 1985년까지의 일별자료를 이용하였으며, 최소위험 헤지비율을 추정하기 위하여 일별현물수익률에 대하여 일별선물수익률을 회귀분석하였다. 또한 헤지비율로 이용할 각 포트폴리오의 베타를 추정하기 위하여 S&P 500 지수에 대한 각 개별지수의 일별수익률을 회귀분석하였다. 분석결과 각 포트폴리오의 베타보다 현물과 선물의 회귀분석에서 산출된 헤지비율에 의해 헤징된 포트폴리오의 위험이 낮은 것으로 나타났다.

Morris(1989)는 NYSE에 상장된 대기업들로 구성된 포트폴리오의 위험을 헤징하기 위하여 S&P 500 지수선물을 이용하고 그 헤징효과를 측정하였다. 그는 1982년에서 1987년까지의 월별자료를 사용하여 최소위험헤지비율을 추정하였고, 헤징효과는 0.91로 나타났다.

Lindahl(1992)은 1985년부터 1989년까지의 MMI 지수, 그리고 1983년에서 1989년까지의 S&P 500의 금요일 증가를 이용하여 헤지비율의 안정성을 추정하였다. 그리고 최소자승법(OLS)으로 회귀분석하여 추정한 최소위험헤지비율은 1.0보다 작았으며, 인도일에 접근할수록 1.0에 접근하였다. 이는 헤지가 만기까지 헤징할 경우 인도일에 접근할수록 최소위험헤지비율이 증가한다는 것을 의미한다.

이재하, 장광열(2001)은 KOSPI 200에 해당하는 현물주식의 보유에 따른 가격변동위험을 헤지하기 위하여 KOSPI 200 선물을 이용하여 헤지비율과 헤지성과를 분석하였다. 1996년 5월 3일부터 1998년 12월 5일까지이며 1분단위로 표본 추출된 KOSPI 200 선물과 현물가격의 일중데이터와 일별, 주별, 월별데이터를 이용하였다. 헤지모형으로 최소분산모형, 벡터오차수정(VEC)모형, 이변량 GARCH(1,1)모형, 이변량 EGARCH(1,1)모형을 이용하였다. 그 결과 최소분산모형이 KOSPI 200 선물과 현물가격간의 공적분관계를 고려한 VEC모형에 비해 헤지성과에서 차이가 없는 것으로 나타났으며 헤지비율이 시간에 따라 변화하는 이변량 GARCH모형 및 변동성에 대한 비대칭적 정보효과까지 고려한 이변량 EGARCH모형에 비해서도 헤지성과가 뒤지지 않는 것으로 나타났다.

III. 데이터 및 헤지비율추정모형

1. 데이터

본 연구의 분석에 사용할 데이터는 증권거래소에서 발표되는 2000년 1월 4일부터 2006년 12월 14일까지의 약 7년 6개월간 1,500개의 KOSPI 200 현·선물자료이다. KOSPI 200 선물의 거래가 최근월물에 집중되어 있으므로 최근월물에 대한 계속적인 만기이전(roll over)을 가정하고 우선 KOSPI 200선물의 최근월물 가격만을 표본기간동안 시계열로 구성하였다.

<표 1> 헤지비율추정을 위해 사용한 자료

데이터	기간	발표기관
KOSPI 200 현물지수	2000.1. 4 ~ 2006. 6. 2	한국증권선물거래소
KOSPI 200 선물지수	2000.1. 4 ~ 2006. 6. 2	한국증권선물거래소

2. 헤지비율추정모형

1) 회귀모형

회귀분석(Regression Analysis)을 이용한 헤지비율의 계산은 다음과 같다.

먼저 최소위험 헤지비율은 현물가격변동(dS)과 선물가격변동(dF)의 시계열 자료에서 추정할 수 있다. 왜냐하면 dS에 대하여 dF를 독립변수로 하는 회귀식에서 최소위험 헤지비율은 dF의 계수와 같기 때문이다.

$$\log(dSt) = \alpha + \beta * \log(dFt) + \epsilon_t$$

ϵ_t : 오차

α, β : 추정계수

여기서 $dSt (S_t - S_{t-1})$ 은 t-1시점에서 t시점까지의 KOSPI 200 현물가격변화량 이고, $dFt (F_t - F_{t-1})$ 은 t-1시점에서 t시점까지의 KOSPI 200 선물가격변화량이다. β 는 최소자승 추정법(OLS: Ordinary Least Squares)으로 추정된 최소위험 헤지비율 (h^*)의 추정치이다.

회귀분석모형에 의해 추정되는 헤지비율 β 는 다음과 같은 문제점이 있다. 첫번째 문제로는 KOSPI 200 현물과 선물가격이 공적분되어 있다면 회귀분석모형은 데이터를 과도하게 차분(over-differencing)하는 것이 되어 S_t 와 F_t 간의 장기적인 균형 관계를 불분명

하게 만든다는 것이다. 이러한 현상은 추정헤지비율 β 의 하향편의(downward bias)적인 결과를 가져오게 된다. 두 번째 문제로 회귀분석모형은 KOSPI 200 현물과 선물시장에서의 위험은 헤지기간 동안 일정하다고 가정한다. 이러한 가정은 언제 헤지가 이루어지는 시기와는 상관없이 헤지비율이 항상 똑같다는 것이다. 이러한 가정은 현실과 많은 차이가 있다. 즉, 현실적으로 시장에 정보가 새롭게 들어오면 자산의 위험은 당연히 변하게 된다. 따라서 회귀분석모형에 의한 헤지비율은 적정헤지비율이 아닐 가능성도 있다. 따라서 OLS에 의한 회귀분석모형의 결점을 보완하기 위해서는 단기역동성과 장기균형오차(long-run equilibrium error)를 동시에 고려할 수 있는 벡터오차수정모형(VECM : Vector Error Correction Model)을 이용할 필요가 있다. VECM을 사용하기 위한 조건으로는 시계열 자료가 불안정적이고, 시계열 자료는 공적분관계가 있어야 한다. 또한 VAR모형을 이용하기 위해서 시계열 자료가 안정적이어야 한다.

2) VECM (Vector Error Correction Model) : 벡터오차수정모형

현물지수와 선물지수간에 공적분 관계가 존재할 경우 현물가격변동(dS)과 선물가격변동(dF)을 가지고 추정하는 것은 1차 차분한 데이터를 사용할 경우 변수들간의 장기적 관계에 대한 중대한 정보를 손실할 가능성이 있어⁴⁾, 헤지비율의 하향 편의를 초래할 위험이 있다⁵⁾ 그러므로 우선적으로 현물과 선물간의 장기적인 안정성을 가지는 현물과 선물간의 공적분 관계를 검정하고 이 검정이 유의할 경우 적절한 벡터(δ)를 도입하므로서 이 양자간의 벡터오차수정모형을 이용한 것이다. 이러한 벡터오차수정모형(VECM)은 다음과 같다.

$$S_{t-1} = c + \delta F_{t-1} + \varepsilon_{t-1}, \quad S_{t-1} \sim I(1), \quad F_{t-1} \sim I(1) \text{에서}$$

$$\varepsilon_{t-1} = S_{t-1} - c - \delta F_{t-1} \sim I(0) \text{이 되는 } \delta \text{를 추정, 이를 오차수정항으로 수식에 포함시키면}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta S_t \\ \Delta F_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} [S_{t-1} - \delta F_{t-1} - c] + \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{st} \\ e_{ft} \end{bmatrix}$$

단, $\begin{bmatrix} e_{st} \\ e_{ft} \end{bmatrix} \sim N(0, H_t),$

$$H_t = \begin{bmatrix} c_{ss} & c_{sf} \\ c_{sf} & c_{ff} \end{bmatrix}$$

4) Greene, W.H., "Econometric Analysis", 2nd, MacMillan, N.Y. 1993, p.567.

5) 이재하, 장광열 "KOSPI 200 선물을 이용한 헤지전략", Engle, R., and C. Granger, "Co-integration and Error Correction : Representation, Estimation and Testing," Econometrica, 35, 1987, pp.251-276, 을 재인용.

즉, 이 벡터오차수정모형은 현물과 선물가격간에 장기적으로 평균에 수렴하는 공적분 관계를 가질 경우, 장기적 균형관계를 보장하기 위해 오차수정항을 모형에 포함시킨 것이다. 이 경우 선물과 현물간의 공적분을 선물의 분산으로 나눈 비율을 헤지비율로 사용한다. 여기에서 추정된 헤지비율 역시도 KOSPI 200 현물과 선물시장에서의 위험은 헤지기간 동안 일정하다는 가정의 문제는 해결되지 않은 채로 여전히 남아있게 된다.

3) 공적분관계식 오차수정항을 고려한 이변량 AR(1)-GARCH(1,1)-M 모델

전통적인 회귀분석모형과 벡터오차수정모형은 현물과 선물의 변동성이 헤지기간동안 일정하다는 기본 가정에서 모형을 설정한다는 한계를 가진다. 변동성이 일정하지 않고, 시간에 따라서 확률적으로 변할 수 있다는 시간가변성을 모형에 첨가할 필요가 제기되는 것이다. 그러므로 초과침도가 있다는 것이 기본 데이터 분석에서 보여지고 있으며, 모형의 변동성이 시간가변적이라는 가정을 포함한 GARCH모형⁶⁾이 유용하리라 예상된다.

이 모형은 Bollerslev의 단일 시계열 GARCH모형을 확장한 것으로서 조건부 분산과 공분산 과정이 각각 GARCH(1,1)과정을 따르는 것으로 가정하고 있다. 다만, 이 경우 계수행렬을 대각행렬이라 가정함으로써 추정파라미터의 수를 9개로 줄이는 것이 가능하다. 그러나 이 경우 교차항 $e_{i,t}, e_{j,t}$ 의 계수가 음의 값을 가질 경우 의미를 가지지 못한다.⁷⁾ 이 경우에도 마찬가지로 선물과 현물간의 공적분을 선물의 분산으로 나눈 비율을 헤지비율로 사용한다.

오차수정모형에서 나타난 오차수정항을 감안하여 모형화하면,

$$\begin{bmatrix} \Delta S_t \\ \Delta F_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} [S_{t-1} - \delta F_{t-1} - c] + \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{st} \\ e_{ft} \end{bmatrix}$$

$$\text{단, } \begin{bmatrix} e_{st} \\ e_{ft} \end{bmatrix} | \Psi \sim N(0, H_t),$$

$$H_t = \begin{bmatrix} h_{ss} & h_{sf} \\ h_{sf} & h_{ff} \end{bmatrix}$$

$$\text{vech}(H_t) = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & b_3 \end{bmatrix} \text{vech}(\varepsilon_{t-1} \varepsilon'_{t-1}) + \begin{bmatrix} c_1 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 \end{bmatrix} \text{vech}(H_{t-1})$$

6) 분산방정식이 대각행렬이라는 제약을 함으로써 추정하고자 하는 모수의 수를 9개로 줄이는 것이 가능하다. 그러나 이 경우 공분산 행렬이 항상 양정부호가 되도록 하기 위한 일정한 제약조건을 가하게 된다는 단점이 존재한다.

7) 김명직, 장국현, 『금융시계열분석』, 서울: 경문사, 1998, p.164.