

$vech(A)$ 연산자는 A 의 하방삼각 행렬을 차례로 쌓음으로서 얻게되는 A 의 모든 유일한 원소들로 구성된 벡터를 나타낸다⁸⁾.

4) 헤지성과분석

헤지성과분석은 외표본(out-of-sample)에 의한 방식으로 하였다. 외표본에 의한 헤지성과를 분석하기 위하여 주어진 표본기간을 2000년 1월 4일부터 2006년 6월 2일간의 1,500개 자료 중 헤지성과분석을 위한 50 영업일분의 자료를 제외한 2000년 1월4일부터 2005년 11월 22일간의 1,450개의 자료로 최소분산모형, VECM모형, 이변량 GARCH(1,1) 모형으로 헤지비율을 추정하고, 모형의 추정에서 구해진 모수를 사용하여 나머지 50 영업일의 자료로 헤지성과를 측정하고 분석하였다. 여기에서 헤지성과로 사용된 산식은 다음과 같다.

$$\text{헤지성과} = 1 - \frac{\text{헤지포지션분산}}{\text{무헤지포지션분산}} = \text{분산의 감소비율}$$

IV. 실증결과분석

1. 가 정

KOSPI 200 선물을 이용하여 소비자 주식포트폴리오의 헤지비율을 추정하기 위하여 최소분산모형, 벡터오차수정모형(VECM), 이변량 GARCH(1,1)모형을 이용하는데 있어서의 가정은 다음과 같다.

첫째, KOSPI 200선물은 한월물간 만기이전(roll over)가 자유롭다.

둘째, 시장충격비용(market impact cost)은 없다.

셋째, KOSPI 200선물 및 현물의 거래 수수료, 거래세 등도 없다.

넷째, 소비자 주식포트폴리오 KOSPI 200으로 구성하여 KOSPI 200 선물을 이용하여 헤지하고자 할 경우 자유롭게 KOSPI 200 선물을 이용할 수 있다.

8) Hamilton J.D., "Time Series Analysis", Princeton University press, N.J.,1994, pp.300-301.

2. 사전기초통계 분석

소비자 주식포트폴리오를 KOSPI 200 선물을 이용한 헤지에 대한 분석을 위해 선물 거래소에서 발표하는 KOSPI 200 선물 및 현물 지수를 사용하였다.

다음 <표 2> 기초통계 분석은 선물지수와 현물지수의 관계를 간략하게 분석한 것이다. 여기서 모든 상관관계는 선물지수와 연관되어 있는 것이다.

헤지비율을 추정하기 위해 벡터오차수정모형(Vector Error Correction Model : VECM)을 사용하기 위해서는 안정성(stationary)을 보기 위한 단위근 검정(unit root test)과 공적분 검정의 사전 통계검정이 필요하다. KOSPI 200 현물과 선물가격의 일간 데이터에 대한 안정성(stationary)검정을 위해 ADF(Augmented Dickey Fuller) 및 PP(Phillips&Perron) 검정을 병행 실시하였다. 결과는 <표 4>에 나타나 있다. 검정결과 KOSPI 200 현물과 선물의 일간 가격데이터(price level)에 대하여는 ADF 및 PP검정 모두에서 단위근이 존재한다는 귀무가설을 기각하지 못하고 있다.

그러나 1차 차분(1st difference)한 데이터에 대하여 1% 유의수준에서 단위근이 존재한다는 귀무가설이 기각되어, 원자료의 안정화를 위해선 1차 차분이 필요하다는 것으로 나타났다. 따라서 본 연구에서는 KOSPI 200 현물과 선물의 일간 가격데이터(price level)를 로그차분하여 안정화시킨 후 분석에 이용하였다.

현물과 선물 시계열자료가 개별적으로는 안정화되어 있지 않더라도 이들 현, 선물 시계열의 조합이 안정화 될 가능성, 즉 현, 선물간 공적분 관계에 있을 가능성 이 있다.

현물지수와 선물지수간에 공적분 관계가 존재할 경우 현물가격변동(dS)과 선물가격변동(dF)을 가지고 추정하는 것은 1차 차분한 데이터를 사용할 경우 변수들간의 장기적 관계에 대한 중대한 정보를 손실할 가능성이 있어, 헤지비율의 하향 편의를 초래할 위험이 있다. 그러므로 우선적으로 현물과 선물간의 장기적인 안정성을 가지는 현물과 선물간의 공적분 관계를 검정하고 이 검정이 유의할 경우 적절한 벡터를 도입함으로써 이 양자간의 벡터오차수정모형을 이용할 수 있다. <표 5>는 공적분 검정(cointegration test)을 Johansen 방법으로 실시한 결과를 나타낸 것으로 공적분관계가 있다는 귀무가설을 모든 경우에 1% 유의수준에서 기각하지 못하고 있어 벡터오차수정모형이 유용한 모형이 될 수 있음을 시사하고 있다.

<표 2> 기초통계 분석

차 분 전			차 분 후		
	FF	SS		DFF	DSS
Mean	100.1089	100.0965	Mean	0.000155	0.000171
Median	97.5	97.425	Median	0.001594	0.001065
Maximum	182.5	182.39	Maximum	0.094967	0.084172
Minimum	57.35	58.03	Minimum	-0.10531	-0.12739
Std. Dev.	26.27519	26.16625	Std. Dev.	0.021202	0.020271
Skewness	0.858343	0.886691	Skewness	-0.36277	-0.44146
Kurtosis	3.586731	3.664282	Kurtosis	5.317543	6.234317
Jarque-Bera	205.7042	224.1346	Jarque-Bera	368.3419	702.0536
Probability	0	0	Probability	0	0
Sum	150163.3	150144.8	Sum	0.232498	0.256083
Sum Sq. Dev.	1034888	1026324	Sum Sq. Dev.	0.6734	0.615559
Observations	1500	1500	Observations	1499	1499

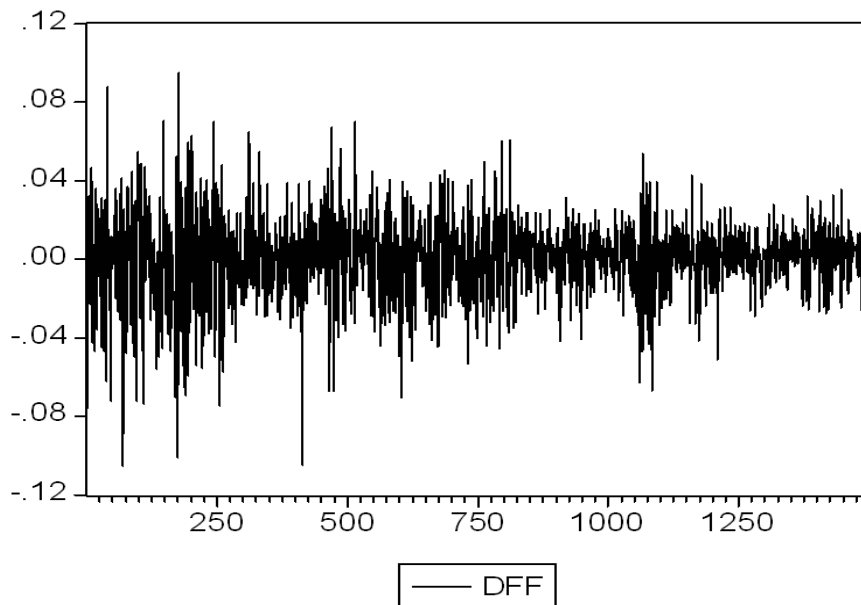
이러한 기초통계 분석결과 각 KOSPI 200 현.선물지수 수익률 및 변동성을 이용한 추정 회귀식의 잔차항이 이분산성을 가질 가능성이 높다는 것을 제시해 주고 있다.

<표 3> 상관관계 분석

	KOSPI 200 Futures	KOSPI 200 Spot
KOSPI 200 Futures	1.000000	0.999466
KOSPI 200 Spot	0.999466	1.000000

KOSPI 200 현. 선물간의 상관관계는 <표 3> 상관관계 분석에서 보는 바와 같이 음(+)관계가 있어 관계를 보여 주고 있다. KOSPI 200 현.선물간의 상관계수는 +0.999466로 양의 관계를 나타내 주고 있다. KOSPI 200 현물과 선물의 변동은 <그림 1> KOSPI 200 선물지수의 변동 그래프와 <그림 2> KOSPI 200 현물지수의 변동 그래프와 같다.

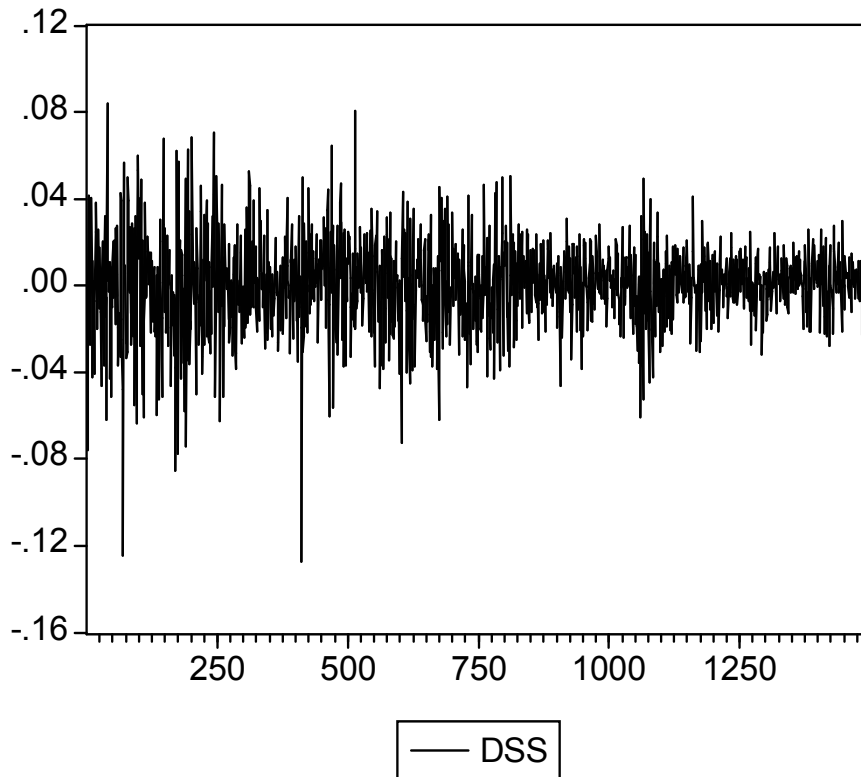
<그림 1> KOSPI 200 선물지수의 변동 그래프



4.3 KOSPI 200 현물과 선물간의 단위근과 공적분 검정결과 분석

KOSPI 200 현물, 선물의 개별 시계열이 안정적 과정을 따르는지 검토하기 위하여 각 변수에 대해 ADF(Augmented Dickey Fuller)와 PP(Phillips and Perron) 단위근 검정을 실시하였다. KOSPI 200 현물과 선물 각 변수의 단위근 검정결과는 아래 <표 3> 단위근 검정과 같다. 수준변수와 차분변수 각 변수에 대한 단위근 검정결과, 수준변수는 단위근이 있다는 귀무가설을 기각하지 못하는 반면, 1차 차분변수는 단위근 가설을 유의적으로 기각하는 것으로 나타났다. KOSPI 200 현물과 선물은 모두 1개의 단위근을 갖는 시계열임을 알 수 있다. 따라서 계량경제학적 관점에서 각 변수가 모두 $I(1)$ 과정임을 의미한다. KOSPI 200 현물과 선물은 평균과 분산이 시간의 흐름에 따라 일정치 않은 불안정한 시계열이라고 할 수 있다.

<그림 2> KOSPI 200 현물지수의 변동 그래프



이를 위해서 공적분의 존재여부를 판정하기 위하여 Johansen의 공적분검정을 수행하였다. 그 결과 분석기간별로 유의수준 5%. 시차4를 이용한 공적분 검정의 결과는 다음의 <표 5> 공적분 검정과 같다.

기본데이터 분석의 결과를 요약하면 다음과 같다.

첫째, 선물시장에서의 채권 선물과 현물지수의 기본 데이터는 안정성을 검토하기 위한 단위근 검정결과 단위근 존재를 기각하지 못하고 있으며 이 같은 현상은 소비자 주식 포트폴리오의 자료 역시도 마찬가지로 결과가 나타난다.

<표 5> 단위근 검정

Before Difference	KOSPI 200 Futures	KOSPI 200 Spot	Critical value of ADF	Critical value of PP
ADF	-0.512007	-0.314217	1% : -3.454505	1% : -3.454505
PP	-0.325020	-0.158424	5% : -2.863262	5% : -2.863262
			10% : -2.567735	10% : -2.571897
After Difference	KOSPI 200 Futures	KOSPI 200 Spot		
ADF	-38.92286	-37.31240	1% : -3.434508	1% : -3.434508
			5% : -2.863264	5% : -2.863264
PP	-39.16727	-37.46638	10% : -2.567736	10% : -2.567736

둘째, 공적분 검토결과 선물-각 채권 지수와의 데이터는 LR 검정통계량 결과 공적분 관계가 있다는 귀무가설을 1%수준에서 모두 기각하지 못함으로써 검토하고자 하는 개인 주식 투자 포트폴리오의 수익율과 KOSPI 200선 현물과 물지수는 적어도 1개 이상의 공적분관계를 가지고 있음이 판명되었다.

<표 5> 공적분 검정

	KOSPI 200 Spot and Futures	
	Before Difference	After Difference
Likelihood Ratio	0.001077	291.7449

Note: 1% critical value : 6.65

3. 헤지비율추정결과 분석

1) 최소분산 회귀분석모형

최소분산 회귀분석모형에 분석결과는 <표 6>의 최소분산 회귀분석모형 분석결과와 같다. 이 분석결과에서 계수값 β 이 바로 일간헤지비율이 되는데 KOSPI 200 현물이 0.8954679이다. 또한 주간헤지비율이 되는데 KOSPI 200 현물이 0.965147이다. 이들은 모두 통계적으로는 의미가 있다. 최소분산모형에 의한 헤지비율은 일간추정헤지비율보다는 주간추정헤지비율이 크게 나타났다.

<표 6> 최소분산 회귀분석모형 분석에 의한 추정헤지 비율

구 분	일간헤지비율	주간헤지비율
헤지비율	0.9054679	0.965147

2) VECM모형

VECM모형에서 추정하는 헤지비율은 현물과 선물의 공분산을 선물의 분산으로 나눈 비율인 $b^* = c_{sf} / c_{ff}$ 로 계산된다.

VECM에 의한 추정헤지비율은 $v^* = \frac{c_{sf}}{c_{ff}}$ 은 <표 7> VECM모형에 의한 추정헤지 비율과 같다. VECM모형에 의한 경우도 최소분산헤지에서와 같이 KOSPI 200선물과 현물

및 KOSPI 200선물과 개인 주식 투자 포트폴리오의 자료별로 헤지비율을 추정하였다.

VECM에 의해 추정된 헤지비율은 <표 7> VECM모형에 의한 추정헤지 비율과 같다. VECM에 의한 헤지비율 역시도 일간추정헤지비율보다는 주간추정헤지비율이 더 크게 나타났다.

<표 7> VECM모형에 의한 추정헤지 비율

구 분	일간헤지비율	주간헤지비율
헤지비율	0.924562	0.932568

3) 이변량 GARCH모형

이변량 GARCH모형 즉, 공적분관계식을 오차수정항으로 포함시킨 이변량 AR(1) - GARCH(1, 1)-M 모형에 의한 추정 결과들은 <표 6> 분산-공분산 행렬, <표 7> GARCH 모형에 의한 추정헤지 비율과 같다.

이변량 GARCH(1,1)모형 헤지비율은 KOSPI 200 현물과 선물의 공분산 등을 선물의 분산으로 나눈 비율인 $HR^* = H_{12,t} / H_{22,t}$ 로 계산된다.

GARCH모형 즉, 공적분관계식을 오차수정항으로 포함시킨 이변량 AR(1) -

GARCH(1,1) - M 모형에 의해서 추정된 헤지비율은 $V^* = \frac{H_{12}}{H_{22}}$ 로 나타나는데 이의 결과는 <표 8> GARCH모형에 의한 추정헤지 비율과 같다. 이변량 AR(1) - GARCH(1,1) - M 모형에 의하여 추정된 결과도 최소분산모형, VAR모형, VECM모형과 같이 일간추정헤지비율보다는 주간추정헤지비율이 크게 나타났다.

<표 8> GARCH모형에 의한 추정헤지 비율

A : 일간헤지비율

B : 주간헤지비율

구 분	KOSPI (최종)	KOSPI (평균)	구 분	KOSPI (최종)	KOSPI (평균)
V^*	0.894452	0.875269	V^*	0.963527	0.904236

이상의 결과로 KOSPI 200 선물로 개인 주식 투자 포트폴리오를 헤지하고자 할 경우에 어느 헤지모형을 사용하든 차이가 없는 것으로 나타났다. 이는 추정헤지비율이 헤지모형별로 모형간에 나타나는 추정헤지비율의 큰 차이가 없는 것을 의미한다.

4) 헤지성과분석

헤지의 성과결과분석은 $1 - \frac{\text{헤지포지션분산}}{\text{무헤지포지션분산}}$ 인 분산의 감소비율로 측정하여 비교하였다. 방법은 외표본(out-of-sample)에 의한 방식으로 하였다. 이에 의한 헤지성과 비교 결과는 <표 9> 헤지성과 비교에서 보는 바와 같이 차이가 없는 것으로 나타났다.

<표 9> 헤지성과 비교

구 분	OLS	VECM	VAR	GARCH(P)	GARCH
일별헤지성과	0.97254	0.98312	0.98276	0.963214	0.97623
주별헤지성과	0.98642	0.98721	0.98267	0.98623	0.98251

주) 성과분석 $e = 1 - \frac{Var(H)}{Var(U)}$

e:분산의 감소비율, Var(H):헷지된 포지션의 분산, Var(U):헷지되지 않은 포지션의 분산

V. 결 론

본 연구는 KOSPI 200 선물을 이용하여 개인 주식 투자 포트폴리오를 헤지할 경우 최소분산헤지모형, 벡터오차수정모형(VECM), 이변량 GARCH(1,1)모형으로 헤지비율을 일간, 주간별로 추정하고, 이 헤지비율로 헤지한 경우의 헤지성과를 비교 분석하였다.

본 연구에서는 가장 단순하고 전통적인 회귀분석방법에 의한 최소분산헤지모형, 벡터오차수정모형(VECM), 이변량 GARCH(1,1)모형을 이용하여 헤지비율을 추정하기 위하여 2000년 1월 4일부터 2006년 6월 2일 까지의 KOSPI 200 현물과 선물자료 1,500개를 사용하였다. 본 연구의 중요한 결과들을 요약하면 다음과 같다.

첫째, KOSPI 200 현물과 선물 자료의 원시계열자료에 안정성검정 결과 모두 불안정적인 것으로 나타났다.

둘째, KOSPI 200 현물과 선물 자료 원시계열자료의 차분시계열자료에 안정성검정 결과는 모두 안정적임을 알 수 있었다.

셋째, KOSPI 200 선물지수와 현물지수간에는 공적분관계가 존재한다.

넷째, 최소분산헤지모형, 벡터오차수정모형, 이변량 GARCH(1,1)모형을 이용하여 헤지비율을 추정한 결과와 헤지성과는 세모형이 모두 근소한 차이만을 보이고 있으나, 통계적으로 유의적인 차이가 없는 것으로 나타나, 정교한 모형이 보다 우월한 추정모형이라고 볼 수 없다.

다섯째, 최소분산헤지모형, 벡터오차수정모형, 이변량 GARCH(1,1)모형의 경우 모두 일별 헤지비용보다는 주별헤지비용이 더 커졌다.

여섯째, 헤지성과는 헤지된 포지션과 헤지되지않은 포지션간 분산의 비율을 1에서 차감한 분산의 감소비율(percent reduction in variation)로 측정하였다. 헤지성과도 기간이 길수록 모두 개선되었다.

이상의 헤지비용 추정에 관한 실증분석 결과를 종합해 볼 때, 현실적으로 개인 재무설계 사들이 KOSPI 200 선물을 통하여 불리한 가격변동으로 인한 개인 주식투자 포트폴리오의 시장위험을 제거시키기 위해서 최소분산헤지모형, 벡터오차수정모형(VECM), 이변량 GARCH(1,1)모형 중 어느 모형을 이용하여 추정한 헤지비용을 사용하든 헤지성과에 큰 차이가 없다는 것을 알 수 있다. 따라서 KOSPI 200 선물시장에서 투자자들은 시계열의 특성이나 헤지비용의 시간가변성 등을 고려하는 정교하고 세련된 헤지모형을 사용하지 않고 단지 전통적 최소분산모형인 회귀분석모형을 사용하여도 헤지비용과 헤지성과에는 큰 차이가 없는 것으로 결론지을 수 있다.

[참고문헌]

- 김명직, 장국현, 금융시계열분석, 경문사, 1998.
- 이재하, 장광열 "KOSPI200 선물 이용한 헤지전략," 증권학회지 제28집, 2001, pp. 379-417.
- 정진호, 임병진, 원중현 "국채선물을 이용한 헤지모형의 성과비교에 관한 연구," 2001 재무학회 추계학술발표회 논문집, 2001.12.
- 정한규, 임병진, "Error Correction Model에 의한 현·선물간 헷징," 산업경제연구 제11권 제5호, 1998. 11., pp. 117-133.
- Ederington, L.H. (1979) "The Hedging Performance of the New Futures Markets," The Journal of Finance, (March), Vol. 34 No. 1, pp. 157-170.
- Ghosh, Asim (1993) "Cointegration and Error Correction Models : Intertemporal Causality between Index and Futures Prices", The Journal of Futures Markets, (April), Vol. 13 No. 2, pp. 193-198.
- Ghosh, Asim and Ronnie Clayton (1996) "Hedging with International Stock Index Futures: An Intertemporal Error Correction Model," Journal of Financial Research, (Winter), Vol. 19 No. 4, pp. 477-492.
- Greene, W.H., "Econometric Analysis", 2nd, MacMillan, N.Y., 1993.
- Hamilton J.D., "Time Series Analysis", Princeton University press, N.J., 1994.
- Mackinnon, J., Critical Value for Cointegration Tests for in R.F. Engle and C.W.J. Granger, Long-run Economic Relationships, Oxford University Press, 1991.